

Definition 1: Eine Homotopie ist eine kontinuierliche Interpolation zwischen Schleifen. Eine Schleife ist eine kontinuierliche Abbildung $\gamma : [0,1] \rightarrow X$ in einen topologischen Raum X . Gegeben γ, γ' definieren wir:

$h: [0,1] \times [0,1] \rightarrow X$ derart, dass:

$$h(0, t) = x_0 \quad \forall t \in [0,1]$$

$$h(1, t) = x_0 \quad \forall t \in [0,1]$$

$$h(s, 0) = \gamma(s), \quad h(s, 1) = \gamma'(s) \quad \forall s \in [0,1]$$

Die Menge der Äquivalenzklassen $\pi_1(X, x_0) := \{\text{Schleifen am Punkt } x_0\} / \sim$, wobei für zwei Schleifen γ, γ' gilt, dass $\gamma \sim \gamma'$ wenn eine Homotopie h existiert, die beide Schleifen ineinander überführt, kann mit einer Gruppenstruktur versehen werden und wird als Fundamentalgruppe bezeichnet. Dadurch wird die unüberschaubare Menge von Schleifen in X_0 durch Homotopieäquivalenz reduziert.

Die Fundamentalgruppe der Grundform der Lagerfläche kann gemäß Definition 1 durch die triviale Gruppe

$$\pi_1(S^2) = \{\emptyset\}$$

oder durch

$$\pi_1(T^2) = \pi_1(S^1) \times \pi_1(S^1) = \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$$

beschrieben werden.

Wobei $\mathbb{Z}$ die Gruppe der ganzen Zahlen unter Addition ist. T^2 ist ein kompakter topologischer Raum, der glatt in $\mathbb{R}^3$ eingebettet werden kann, wobei er die "runde" Standardtopologie, einen entsprechenden Atlas, eine kovariante Ableitung und einen metrischen Tensor erbt.

Die Lagerflächenabschnitte werden durch Hintereinanderausführung von 1-parametrischen Einbettungen E_v und deren Inversen E_v^{-1} beschrieben, wobei $E_v: M \rightarrow \mathbb{R}^3$ eine glatte Abbildung zwischen glatten Mannigfaltigkeiten ist, sodass für alle Lagerflächenabschnitte

$$E_{v_2} \circ E_{v_1}^{-1} = \Phi_\chi(v_1, v_2), \quad \frac{d}{dv} \Phi_\chi(v, p) = \chi_p(v)$$

Φ_χ ist der Fluss des Vektorfeldes χ mit $p \in \mathbb{R}^3$.

Die tatsächliche Form der Lagerflächenabschnitte ist durch eine durch Φ_χ gekennzeichnete Lagetransformation beschrieben, sodass sich entlang eines definierten Vektorfeldes η im $\mathbb{R}^3$ folgende Beziehung ergibt: $(\mathcal{L}_\chi \bar{\eta})^a = 0$, $\mathcal{L}$ ist die Lie-Ableitung. Die Lagerfläche ist abschnittsweise durch eine Abweichung von der Grundform gekennzeichnet, wobei die Position der Abweichung von der Grundform durch die genannte Einbettung E_v , den daraus resultierenden Fluss Φ_χ und das Vektorfeld η entsteht.

Naturgemäß sind auch Lagerformen denkbar die eine Anzahl i mit $i \in \mathbb{N}$ derartiger Einbettungen E_v^i und Vektorfelder η_i kombinieren.